DS 02

1 Microscope (d'après GEI 2007)

Les lentilles sphériques minces, considérées dans cette partie et notées L_i, sont utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss. Chaque lentille L_i est caractérisée par son centre optique O_i et par sa distance focale image f_i' . Les foyers objet et image sont notés respectivement F_i et F_i' . On donne les formules de conjugaison et de grandissement, pour une lentille de centre O, de foyers F et F', qui donne d'un objet transverse AB (A sur l'axe) une image A'B':

- Formules de Descartes (origine au centre): $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$
- Formules de Newton (origine aux foyers): $\overline{F'A'}.\overline{FA} = -f'^2$ et $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$.

1.1 Étude d'une lentille convergente

On choisit un point A sur l'axe optique d'une lentille convergente L_1, et un objet AB orthogonal à l'axe, tels que $0 < \overline{O_1A} < f_1'$

1. Quelles sont les conditions de Gauss ? Quelle est alors l'approximation de Gauss ?
2. Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'objet AB ?
3. Présenter une construction géométrique de A´B´ , image de cet objet AB à travers L_1.
4. Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'image A´B´ ?
5. Proposer, en complétant le schéma de la question 3, un moyen physique d'obtention de l'objet AB.

1.2 Principe du microscope

Un montage sur banc optique, permettant d'illustrer le principe du microscope, comprend la lentille L_1 précédente et une seconde lentille convergente L_2. Ce montage est réalisé dans le but d'examiner un objet AB lumineux, de petites dimensions. Le point objet réel A est choisi sur l'axe optique commun aux deux lentilles, en avant de l'objectif L_1, et l'objet AB est orthogonal à l'axe.

L'appareil permet donc d'observer, à la loupe (L2) (oculaire), l'image agrandie A_1B_1 de l'objet AB donnée par l'objectif, soit:

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$$

Le système est réglé pour qu'un oeil normal (oeil emmétrope) n'ait pas à accommoder lorsqu'il observe, à travers l'instrument, l'image finale A´B´ de AB.

Figure 1: Microscope

1. Exprimer, en fonction de f_1' et $\overline{O_1A}$, le grandissement transversal de l'objectif, défini par $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$

2. Où l'objet AB doit-il se placer pour que son image A_1B_1, à travers L_1 soit réelle et agrandie ?

3. Un expérimentateur peut-il observer une image réelle directement à l'oeil nu ?

4. Où faut-il placer l'oculaire L_2 pour que l'oeil puisse observer l'image A´B´ de A_1B_1 à travers L_2 sans accommoder ?

5. L'oculaire est situé dans la position déterminée à la question précédente. Faire un schéma et tracer la marche d'un faisceau lumineux issu du point B.

6. Application numérique. $f_1' = +10{,}0$ cm ; $f_2' = +4{,}0$ cm ; $\overline{O_1A} = -\ 11{,}0$ cm ; AB = +0,1 cm.

   (a) Calculer la distance $\overline{O_1O_2}$.

   (b) Calculer le grandissement linéaire γ_1.

   (c) Calculer α' , le diamètre apparent de l'image finale A´B´ , c'est-à-dire l'angle sous lequel l'observateur voit cette image finale.

   (d) Calculer le diamètre apparent α_{ref} sous lequel l'observateur verrait l'objet AB, sans instrument, à la distance conventionnelle $d_m = 25\ cm$. En déduire le grossissement G de ce dispositif, défini par $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha_{ref}}$.

2 Prisme (d'après CCP 2011)

Soit un prisme d'angle au sommet A=60° et d'indice n = 1,6. Le milieu environnant est de l'air d'indice égal à un. On éclaire la face BC sous l'incidence i. L'objet de l'exercice est de déterminer à quelle condition la lumière peut émerger par la face BD.

1. Ecrire la relation entre i et r.

2. Ecrire la relation entre i' et r'. Pour quelles valeurs de r' la lumière peut-elle émerger par la face BD ? On fera l'application numérique.

3. Démontrer que A=r+r'.

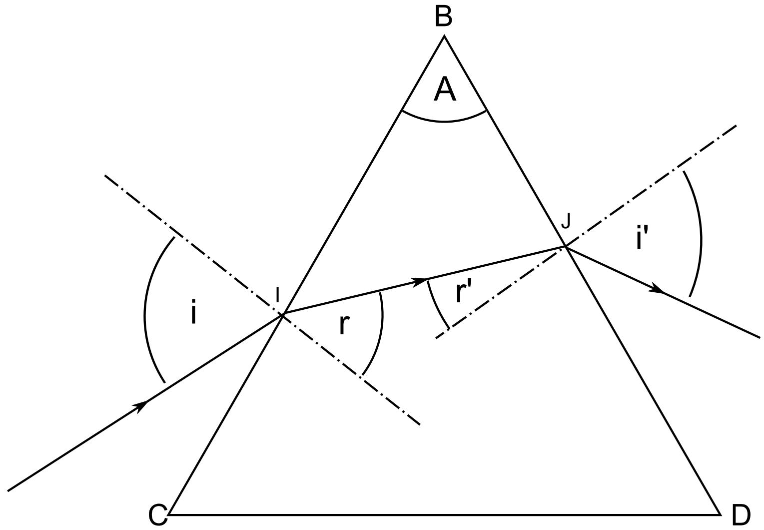

Figure 2: Prisme

4. Déduire de ce qui précède les valeurs de l'angle d'incidence i qui permettent à la lumière d'émerger par la face BD. Faire l'application numérique.

5. Montrer que l'angle r est nécessairement inférieur à une certaine limite dont on donnera la valeur numérique en degrés. En déduire que si l'angle A dépassait une certaine valeur que l'on déterminera, alors aucun rayon incident par la face BC ne pourrait émerger par la face BD, et ce, quel que soit l'angle d'incidence.

3 Miroir plan (d'après ENSTIM 2006)

Toutes les constructions seront réalisées sur la feuille annexe à rendre avec la copie, avec votre nom.

Le champ d'un miroir est la portion de l'espace qu'un observateur voit dans un miroir. Ainsi, un rétroviseur de voiture ne permet pas au conducteur de voir une autre voiture qui se situerait hors de cette portion ; c'est ce que l'on appelle l'angle mort. Le rétroviseur est un miroir plan de largeur L. L'observateur place son oeil, supposé ponctuel, en un point A' de l'axe du miroir à une distance D de celui-ci.

1. Positionner le point A dont l'image est A' par le miroir. **(Figure 7)**

2. Où se situent les points que l'observateur peut espérer voir par réflexion dans le miroir ? Faire apparaître cette portion d'espace sur la construction.

3. Préciser la valeur de l'angle α qui caractérise la portion d'espace accessible à la vision ; c'est le champ du miroir.

4. Application numérique : calculer α, avec L = 20 cm , D = 50 cm.

5. Un objet, de taille 1m, est situé à une distance D' = 10 m du rétroviseur. Faire une construction graphique de l'image. Calculer l' angle apparent sous lequel l'automobiliste voit l'image.

6. Le motard est-il vu dans le rétroviseur de l'automobiliste **(Figure 8)** ? Vous justifierez votre réponse à l'aide d'un tracé. Le rétroviseur est considéré comme un miroir plan, son axe étant symbolisé par NN' sur la figure. Les yeux du conducteur sont représentés par le point O.

4 Ondes ultrasonores

Deux sources d'ondes ultrasonores identiques O_1 et O_2 sont placées à 2.d = 10 cm l'une de l'autre et forment l'axe (Ox) (**Figure** 3), le point O étant au milieu des deux sources. La fréquence de fonctionnement des sources est le même : f = 1,2 MHz. Chaque source a un diamètre a=0,4 mm. On rappelle la célérité du son dans l'air à température ambiante: $c = 340\ m.s^{-1}$.

Un microphone M est capable de se déplacer sur un banc horizontal parallèle à l'axe (Ox) et situé à la distance D = 2,0 m de celui-ci.

1. Pourquoi y a-t-il des ondes même en dehors de l'axe des sources ? Evaluer l'angle sur lequel chaque source émet. En déduire la zone du banc sur laquelles les ondes émises peuvent se superposer. Comment appelle-t-on le phénomène qui va alors se produire dans cette zone ?
   Par la suite on s'intéresse à une position M donnée, dans cette zone de superposition, respectivement à la distance r_1 de la source 1 et $r_2$de la source 2. On notera les surpressions en M: $p_1(M,t) = A_1(M)\cos(\omega t)$ et $p_2(M,t) = A_2(M)\cos(\omega t + \phi(M))$

2. Exprimer le déphasage $\phi(M)$ de l'onde (2) par rapport à l'onde (1) en M, en fonction de r_1, r_2 et λ. Pourquoi les amplitudes en M $A_1(M)$ et $A_2(M)$ sont-elles différentes a priori ? Dans la suite on négligera ces variations et l'on notera donc $A_1 = A_2 = A_0$, indépendant de M.

3. L'intensité acoustique est la moyenne dans le temps du carré de la surpression acoustique:
   $$I(M) = < p^2(M,t) >$$
   . Exprimer $I(M)$ en fonction de l'intensité I_0 d'une onde unique, et du déphasage $\phi(M)$ entre les deux ondes en M. La démonstration est demandée. On rappelle que $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$.

4. On donne le développement limité suivant: si $\epsilon << 1$ alors $\sqrt{1+\epsilon} \simeq 1 + \frac{\epsilon}{2}$. Calculer une expression approximative de la différence de marche $\delta(M) = r_2 - r_1$ lorsque D>>x et D>>d. En déduire une expression littérale de l'intensité acoustique en fonction de x dans cette zone.

5. Tracer le graphe de I(x) et donner la distance entre deux points d'interférences constructives ("interfrange"). Faire l'application numérique. Pour combien d'interfranges l'approximation précédente est-elle valable ?

5 Onde stationnaire sur une corde de guitare

Une corde de guitare de longueur L est fixée à ses deux extrémités, en x =0 et en x=L. Initialement la corde est au repos et horizontale selon l'axe (Ox). On cherche les modes propres stationnaires sous la forme :

$$z(x,t) = Z_0 \cos(\omega t + \phi)\sin(kx + \psi)$$

avec $\omega = kc$, c étant la célérité des ondes sur la corde.

1. Trouver ψ ainsi que les valeurs k_n que peut prendre le vecteur-d'onde, en fonction d'un indice entier n et de la longueur L de la corde.

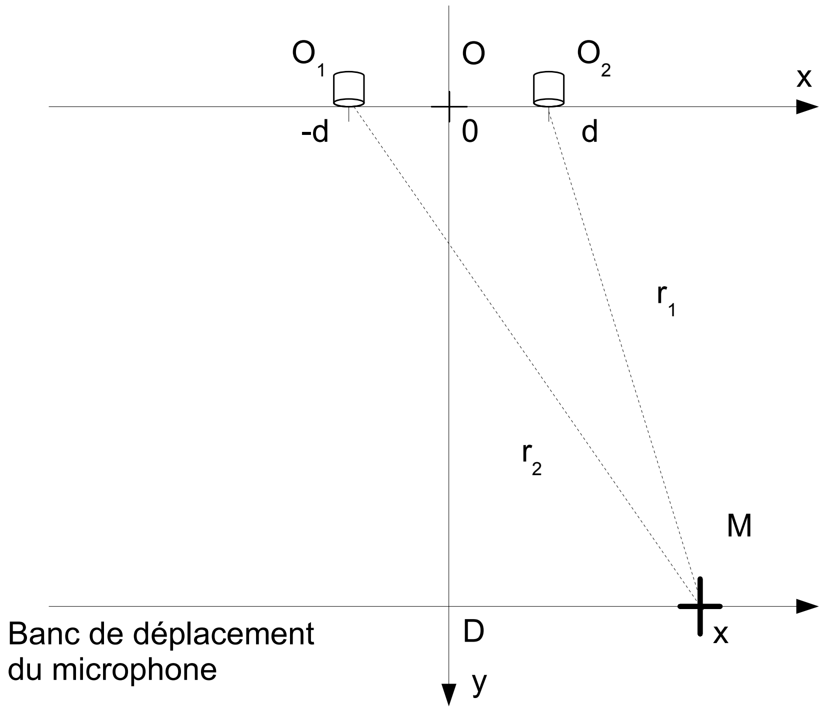

Figure 3: montage avec les sources ultrasonores

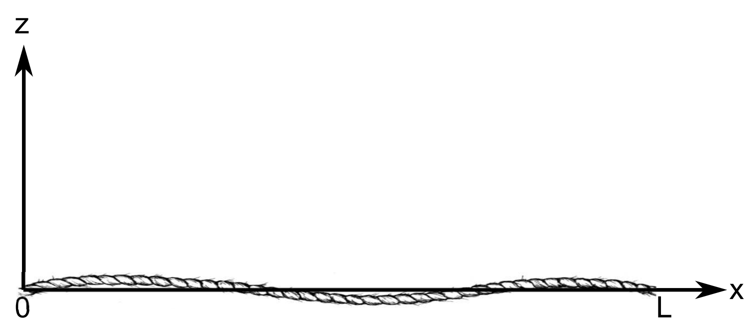

Figure 4: corde

2. En déduire les longueurs-d'onde λ_n correspondantes, ainsi que les fréquences f_n de ces modes stationnaires, en fonction de n, L, c. Quelle est la célérité des ondes sur la corde, sachant que la fréquence de son fondamental est $f_1 = 110$ Hz et que sa longueur est $L = 63$ cm ?

3. Représenter les trois premiers modes stationnaires $z(x,t)$ à un instant tel que $\cos(\omega t + \phi_n) = 1$ (la phase à l'origine ϕ dépend du mode considéré, c'est pourquoi on l'a indicé ϕ_n).

4. On peut réduire la longueur de la corde en appuyant dessus. Calculer la nouvelle longueur de la corde pour augmenter la hauteur de la note d'une quinte (fréquence du fondamental multipliée par 3/2) , d'une octave (fréquence du fondamental multipliée par 2), de deux octaves (fréquence du fondamental multipliée par 4).

5. Pour accorder la corde, le musicien peut se servir d'un diapason vibrant à 440 Hz. On joue la note précédente (2 octaves au-dessus de f_1) et en faisant vibrer en même temps le diapason, on entend des battements. Ceux-ci sont audibles quand leur période est inférieure à 5s. Déterminer alors l'écart le

plus faible qu'on puisse détecter entre la fréquence de la note et la fréquence attendue. A quelle écart relatif cela correspond-il ?

6 Résolution de problème

Figure 5: Muraille de Chine

La Grande Muraille de Chine est-elle visible à l'oeil nu depuis la Lune ? On rappelle la distance Terre-Lune: D = 380 000 km.

Annexe à l'exercice 3, à rendre avec la copie

NOM:

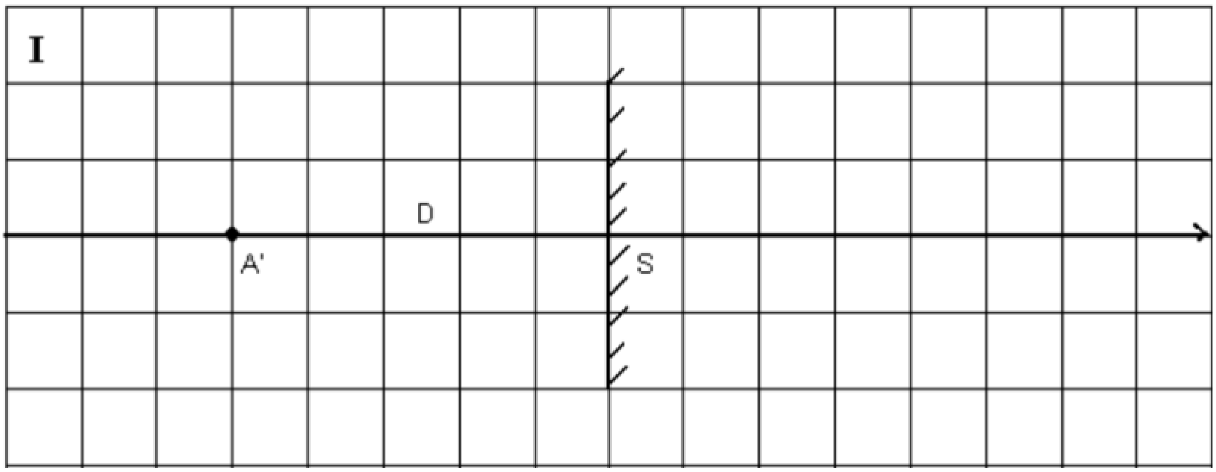

Figure 6: Miroir plan

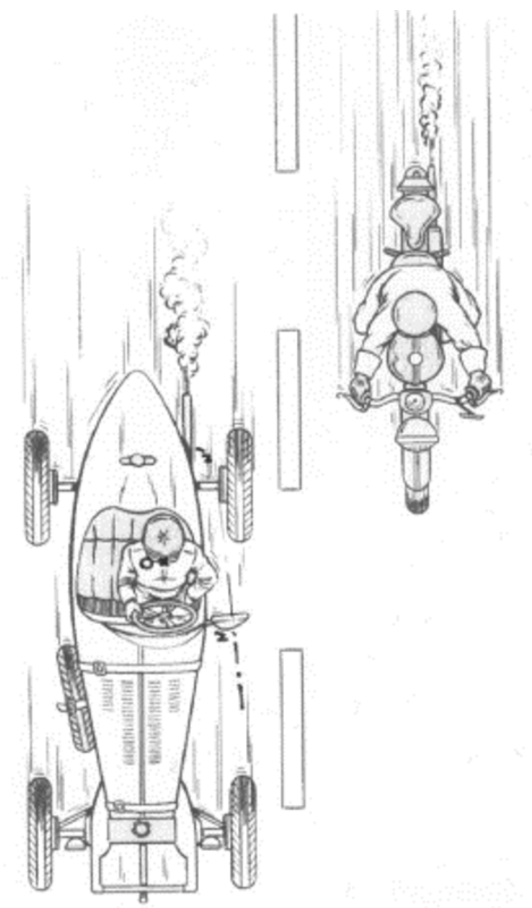

Figure 7: Angle mort ?